

Geofisch – Nutzungsanleitung

Kurzbeschreibung

Der Geofisch verdankt seinen Namen seinem fischähnlichen Aussehen und entsprang der Suche nach einem Instrument für den Mathematikunterricht, das die meisten und typischen Konstruktions- und Zeichenhandlungen von Schüler:innen (S:S) erleichtern und beschleunigen soll. Dabei steht vor allem die Freude im Vordergrund, mithilfe des Instruments Aufgaben zu lösen, die vielleicht so nie vorgesehen waren, damit aber möglich werden. Ich möchte alle S:S, die das Gerät in den Händen halten, ermuntern, damit herumzuprobieren und zu sehen, ob sich einige Dinge wie Rechnungen oder Konstruktionen damit vereinfachen oder ersetzen lassen. Ich habe die Hoffnung, dass in der Summe seiner Teile noch mögliche Anwendungen schlummern, die ich in der folgenden Nutzungsanleitung übersehen habe, welche einige, aber nicht alle möglichen Funktionen expliziert.

Hinweis: Der Gebrauch der Schablone ist auf hinreichend spitze Bleistifte angewiesen, aber auch mit Kugelschreiber oder Füller brauchbar. Ist das Schreibmittel zu stumpf, so sind gewisse hier aufgezeigte Operationen nur mit mässiger Genauigkeit durchführbar. Man beachte beim Abtragen von Linien und Zeichnen stets die Toleranzen des eigenen Schreibmittels. Das Material (Acryl) ist, wenn pfleglich behandelt und sauber, auch auf Bildschirmen nutzbar. Zu seiner Aufbewahrung empfiehlt es sich weniger das Etui zu gebrauchen, da das Acryl recht leicht zerkratzt. Besser lege man das Gerät einfach zwischen die Seiten des Hefters oder Schulbuchs.

Grundposition

Die Grundposition, von der die folgenden Beschreibungen ausgehen, ist jene, bei der rechts oben, d.h. im **ersten Quadranten**, die verschiedenen kleinen Löcher angebracht sind. Links davon, im **zweiten Quadranten** finden sich die physikalischen und mathematischen Konstanten. Die Benennung der Quadranten läuft dann gegen der Uhrzeigersinn weiter.

Die Schablone kann gegen eine Lichtquelle gehalten werden, um die auf ihr angebrachten Zeichen besser zu erkennen. Besonders schön ist sie aber, wenn sie in der genannten Grundposition auf ein Blatt Papier gedrückt wird, das gut beleuchtet sein sollte.

Glossar

Dieses Glossar mag übersprungen und muss nur konsultiert werden, wenn einige Terme in den darauf folgenden Anleitungen unbekannt oder unklar sind.

GF - Geofisch. Dieser wendet uns in der Grundposition seine **Vorderseite** zu, auf der **Rückseite** sind die Markierungen angebracht.

Hauptachsen (HA) – Die zwei längsten Linien des Geofischs, die zugleich seinen Durchmesser bilden, d.h. eine vertikale und eine horizontale Länge von exakt 15cm.

Norden – Süden – Osten – Westen – Man stelle sich die Hauptachsen in der Grundposition wie das Feld unter der Nadel eines Kompasses vor. Norden zeigt immer in Richtung der aufsteigenden vertikalen HA, Osten immer in Richtung der aufsteigenden horizontalen HA. Im Folgenden lässt sich damit unabhängig von der Rotation, die man für sich vorgenommen hat, eine Richtung angeben.

Quadrant – Die Quadranten (Q.) bilden die vier Hauptabschnitte, sogenannte **Kreissektoren**, die jeweils von einem rechten Winkel eingeschlossen und durch die Hauptachsen getrennt werden.

Schräge – Die lange Aussenkante des ersten Quadranten

Das **Quadrat** – Dieser Ausdruck bezeichnet den Teil im zweiten Q., der ausgeschnitten wurde.

Drehe g.U. / i.U. - Drehung gegen oder im Uhrzeigersinn

Schwerpunkt - Das kleine, ausgeschnittene Loch im dritten Quadranten

Zirkelfunktion - Siehe A6

A - Konstruktionsaufgaben

A1. Zeichne eine Gerade, die zwei vorgebenen Punkte verbindet.

Lege die Schräge an die Punkte an und ziehe eine Linie.

A2. Trage zu einer gegebenen Linie einen vorgebenen Winkel ab.

Drehe den Geofisch aus seiner Grundposition im Uhrzeigersinn, lege die nördliche vertikale Hauptachse an die Linie an und trage den Winkel an der Aussenseite des zweiten Q. ab.

A3. Zeichne zu einer gegebenen Linie und einem ausser ihr liegenden Punkt eine durch letzteren laufende Parallele.

Nutze hierzu die nördliche und die östliche Seite des Quadrats, um zwei rechte Winkel abzutragen: Lege die nördliche Seite an die Linie an, zeichne dann den rechten Winkel zur gegebenen Linie. Ist der Punkt weiter entfernt, nutze hierzu ggf. die vertikale HA und verlängere anschliessend. Drehe nun den GF um 90° g.U. und trage im betreffenden Punkt erneut einen rechten Winkel ab.

A4. Zeichne zu einer gegebenen Linie und einem ausser ihr liegenden Punkt eine durch letzteren laufende Senkrechte.

Lege die horizontale HA auf die Linie und Peile den Punkt mit der vertikalen HA an. Nutze dann die östliche Seite des Quadrats, um die Linie zu beginnen, setze sie dann mit der Schräge fort.

A5. Miss einen vorgebenen Winkel.

Nutze hierzu die Skala im vierten Q. Beträgt der Winkel mehr als 90° , so lege die horizontale HA des GF mit dem Süden nach oben zeigend an, miss und addiere 90° .

A6. Zeichne einen Kreis mit vorgebenem Radius.

Lege einen der Endpunkte in den Schwerpunkt, fixiere diese Position mit einem Stift oder Kugelschreiber und rotiere den GF solange, bis in einem der Löcher im ersten Q. der zweite Endpunkt erscheint. Nimm dann einen zweiten Stift,

(während du den ersten hinunterdrückst), lege ihn in dieses Loch und rotiere ihn um den ersten.

Hinweis: Die Anordnung der Punkte im ersten Q. ist keineswegs zufällig gewählt, sondern dient dazu, beinahe alle möglichen Längen (bis auf c. 1mm) zwischen 1cm und 13cm aufzunehmen, wobei dies besonders gut zwischen 3cm und 6 cm gelingt. Damit wird die Funktion eines Zirkels imitiert und für die meisten Zwecke, die keine hohe Genauigkeit voraussetzen, ersetzt. Für grössere Radien kann der ausgeschnittene Punkt im dritten Quadranten als Zentrum verwendet werden. Damit wird die Spannweite dieses "Zirkels" auf bis zu 13cm erweitert.

Im Folgenden wird auf A6 als **Zirkelfunktion** verwiesen.

A7. Miss eine vorgegebene Strecke.

Nutze die vertikale oder horizontale Achse als Messgeräte, indem du sie anlegst.

A8. Trage eine vorgegebene Strecke von einer Linie ab.

Lege ein Ende der vorgegebenen Strecke in den Schwerpunkt und suche das passende Loch im ersten Quadranten. Merke dir diese zweite Loch, das Zielloch, setze den Schwerpunkt an der zweiten vorgegebenen Linie an und markiere den Punkt durch das Zielloch.

A9. Konstruiere die Mittelsenkrechte auf einer gegebenen Seite.

Mit der Zirkelfunktion lassen sich wie üblich zwei Punkte finden, deren Verbindung die Mittelsenkrechte bildet. Es gibt aber ein paar schnelle Tricks mit dem GF. Will man eine schnelle Konstruktion, die dennoch sehr exakt ist, so nehme man die nördliche Spitze zu Hilfe. Man lege sie so an ein Ende der gegebenen Seite an, dass die vertikale HA mit der Linie zur Deckung kommt. Nun kann man von dieser Spitze aus in zwei Richtungen den Rand des GF entlangfahren, einmal die Schräge und einmal den grossen Kreis. Kehrt man nun den GF um, legt ihn also z.B. von der Vorder- auf die Rückseite, so führt man das gleiche Verfahren mit dem anderen Ende der Seite durch. Wo sich die Schrägen und die runden Linien schneiden, dort befinden sich zwei Punkte, deren Verbindung die Mittelsenkrechte ist.

A10. Konstruiere die Winkelhalbierende zu einem gegebenen Winkel.

Hier gibt es einen schnellen Trick im GF, der so aussieht: Man verlängere ggf. die Schenkel des Winkels und lege eine Diagonale des Quadrats auf einen der Schenkel, sodass die gegenüberliegenden Punkte einer Diagonale auf dem Schenkel zu liegen kommen. Man zieht nun die Innenform des Quadrats nach, sodass ein gleichseitiges Dreieck auf dem Schenkel entsteht. Man macht dasselbe für den anderen Schenkel. Wo sich die Dreiecke schneiden, diesen Punkt verbinde man mit dem Angelpunkt des Winkels. Ist der Winkel spitz, so genügt es, nur Teile der Figur des Quadrats nachzuziehen, sodass sich die Linien schneiden. Ist der Winkel hingegen stumpf, so schneiden sich die gleichs. Dreiecke nicht. In diesem Fall wiederhole man den Prozess mit dem verbleibenden Winkel.

Alternativ: Nutze die Zirkelfunktion, um erst zwei Punkte im gleichen Abstand zum Ursprung zu finden, und dann ebenso damit einen Punkt innerhalb des Winkels, der denselben Abstand zu beiden vorherigen hat.

A11. Finde das Zentrum/ den Durchmesser eines gegebenen Kreises.

Hierfür nutzen wir das Quadrat. Lege zwei gegenüberliegende Punkte einer Diagonale auf den Kreisrand. Setze nun zwei Punkte in die je verbleibende Ecke des Quadrats und verbinde die entstandenen Punkte. Diese Linie ist ein Durchmesser des Kreises. Wiederholen wir diesen Vorgang, so erhalten wir als den Schnittpunkt der beiden Linien im Kreis das Zentrum.

A12. Konstruiere eine Ellipse mit vorgegebenen Längen der Halbachsen.

Man ziehe zwei konzentrische Kreise mit den entsprechenden Längen der Halbachsen und ziehe zwei senkrecht aufeinanderstehende Durchmesser des äusseren Kreises. Anschliessend kann man einige zufällig gewählte andere Durchmesser hinzunehmen. (Siehe Abbildung.) Zwei Punkte, die durch die Schnittpunkte ein und derselben Linie auf beiden Kreisen entstehen, bilden

ein Paar. Man nehme nun das Quadrat und lege eine Ecke davon so, dass zwei Seiten des Quadrats durch das Punktepaar laufen. Die Grundseite dieses Dreiecks muss dabei parallel zur Hauptachse sein. Dabei hilft der ggf. der erste Quadrant.

Ist es gefunden, so markiere man den Punkt in der Ecke des Quadrats, der das Punktepaar zu einem entsprechenden rechth. Dreieck ergänzt. Dies führe man für die anderen Punktepaare ebenfalls durch, was in Punkten der Ellipse resultiert.

B - Sonstige Konstruktionen

B1. Zeichne ein Koordinatensystem.

Nimm hierzu die westliche und südliche Seite des Quadrats. Lege den Stift eng an die nord-westliche Ecke und ziehe mit etwas Druck gegen die entsprechenden Seiten nach unten und nach rechts. Die entstehenden kleinen Unebenheiten repräsentieren Zentimeter - die grösseren Huckel ganze, die kleineren halbe Zentimeter.

Für ein Koordinatensystem mit mehr Quadranten, drehe den GF um 180° , lege die südwestliche Ecke des Quadrats in den Ursprung deines Koordinatensystems von oben und ziehe die entsprechenden Linien erneut. Beachte die Toleranzen deines Stifts, um die zwei Linien aus dem ersten Schritt genau zu treffen und fortzusetzen. Der GF selbst kompensiert die unvermeidlichen Ungenauigkeiten ein wenig, kann aber nicht jede Toleranz optimal abdecken. Hier gilt es, ein wenig Erfahrung zu sammeln.

B2 - Zeichne ein Quadrat.

Nutze das vorgegebene Quadrat.

B3 - Zeichne ein rechtwinkliges Dreieck.

Gehe hierzu wie bei B1 vor, setze den Stift aber nur an einen Teil der Höhe, z.B. einer der Aussparungen an. Verbinde die beiden Enden dann mit der Schräge. So lässt sich dann auch mit den Verhältnissen der Seiten spielen, indem auch nur ein Teil der Horizontalen ausgefüllt wird. So kann ich ein rechth. Dreieck mit dem Seitenverhältniss 1:3 zeichnen, indem ich ein Viertel der Vertikalen und drei Viertel der Horizontalen des Quadrats nutze.

B4 - Zeichne einen Einheitskreis.

Für einfache Betrachtungen der Winkelfunktionen lässt sich die kleine Darstellung im dritten Quadranten heranziehen. Im gezeigten Fall beträgt der Winkel φ etwa 216° , der entsprechende Sinus und Kosinus sind also negativ. Ihre Werte lassen sich entsprechend an den HA ablesen. Für das eigene Zeichnen eines Einheitskreises zeichne man zuerst gemäss B1 ein Koordinatensystem. Anschliessend kann man mithilfe der Zirkelfunktion vom Schwerpunkt aus das ihm am nächsten liegende Loch zur Konstruktion des Kreises mit Radius 1cm nutzen.

B5 - Trage eine Funktion in ein Koordinatensystem ein oder skizziere sie.

Mit B1 erstellen wir ein Koordinatensystem. Anschliessend lassen sich die Aussenseiten des dritten und vierten Quadranten nutzen, um die entsprechende Funktion im Koordinatensystem unterzubringen. Dabei ist eine Verschiebung oder Rotation möglich, aber keine Streckung. Eine Möglichkeit der Streckung liegt allerdings darin, bei gleicher Grundform einfach die Beschriftung der Koordinatenachsen entsprechend anzupassen.

Alle Funktionen besitzen Richtlinien, die dazu geeignet sind, die Funktion an der richtigen Stelle einzufügen. (Dabei sind, wie beispielsweise bei "sin/cos" sichtbar, die Toleranzen eines durchschnittlichen Stifts bereits mit berücksichtigt.) Für die richtige Einpassung gilt es, die Richtlinien genau zu beachten: Sie sollten sich exakt mit den dahinterliegenden Koordinatenachsen oder den entsprechenden Richtgrössen wie $x=1$ oder $y=1$ decken.

Beispiel 1: Ich möchte den Kosinus zeichnen. Dazu drehe ich den GF solange, bis der Schriftzug "sin/cos" leserlich ist. Wissend, dass der Kosinus mit seinem Maximum in 1 beginnt, lege ich die linke obere Spitze knapp unter den Punkt (0,1), sodass mein Stift anschliessend genau hier durchlaufen wird.

Die untere Hälfte des Hilfsrechtecks ist nun so auszurichten, dass die beiden kürzeren Seiten exakt auf die erste und zweite Markierung der x-Achse zielen und die x-Achse damit zu einer möglichen Ergänzung des Rechtecks machen. Damit ist die Ausrichtung komplett und ich kann die Kurve

produzieren.

Hinweis: Die trigonometrischen Funktionen orientieren sich an der Regel, dass in x -Richtung 1cm einem Viertel von π entspricht, was aus der Konstruktion des Kosinus erhellt.

Beispiel 2: Für den Sinus lohnt es sich, den GF einmal um 180° zu drehen, mit " $\sin(x)/\cos(x)$ " auf dem Kopf. Die Box ist nun so zu positionieren, dass ihre linke Seite auf der y -Achse liegt, die linke untere Ecke auf $(0,0)$ zeigt.

(Man beachte wieder die Toleranzen des eigenen Stifts, indem man die Box etwas nach oben verschiebt, sodass der Stift wirklich durch den Ursprung geht!).

Beispiel 3: Die Hilfslinien des Tangens stützt sich an den beiden Punkten $(0,-1)$ und $(0.5,0)$ bzw. $(\pi/4,0)$ ab, welche mit den Linien anzuvisieren sind, während man die Toleranzen für das Zeichnen durch den Ursprung anpasst. (Auch der \arctan lässt sich entsprechend darstellen.)

Beispiel 4: Für das Zeichnen einer Hyperbel $(1/x)$ lässt sich die Kurve so drehen, dass die Hilfslinien auf die Punkte $(0,1)$ und $(1,0)$ zeigen. (Ggf. müssen jedoch - je nach Stift - beide etwas in Richtung des Ursprungs verschoben werden, damit die Kurve durch den Punkt $(1,1)$ verläuft.

Die verfügbaren Funktionen umfassen die

- Exponential- und Logarithmusfunktion ($y=e^x$ / $y=\ln(x)$)
- Normalverteilung mit Mittelwert 0 und Standardabweichung 0.5. ($N(0,0.5)$, in y -Richtung um den Faktor 5 gestreckt.)
- Hyperbel ($y=1/x$)
- Trigonometrische Funktionen ($y=\sin(x)$, $y=\cos(x)$, $y=\tan(x)$), mit den angepassten Schrittweiten von π .
- Parabel ($y=x^2$ und mit nur einem Ast $y=\sqrt{x}$)

C - Sonstige Operationen

C1 - Sinus, Kosinus und Tangens ohne Taschenrechner berechnen

Der GF bietet eine Möglichkeit, Sinus- und Kosinuswerte von Winkeln ohne Taschenrechner sehr genau zu approximieren. (Meine eigenen Versuche zeigen einen absoluten Messfehler im Bereich unter einem Prozent.) Hierzu trage man mit A2 den gegebenen Winkel ab und lege den GF in Grundposition mit der horizontalen HA so an den Winkel an, dass der Schenkel in den ersten Quadranten zeigt. Man betrachte den Schnittpunkt dieser Linie mit dem 2.5cm-Umkreis im ersten Quadranten. Dort wo unser Winkel diesen schneidet, setzt unsere Zählung an: Die Höhe dieses Punktes, gemessen in Vielfachen der kleinen Kästchen, teile man durch zehn, um den Sinus dieses Winkels, zu erhalten. Der Kosinus entspricht analog dem Abstand in Richtung der horizontalen HA. Für genauere Messungen empfiehlt es sich, ein ähnliches Verfahren mit der 5cm-Umkreislinie durchzuführen, und das Ergebnis anschliessend zu halbieren.

Für den Tangens ermittle man den Schnittpunkt des Winkels mit der Linien, die über der 2.5cm-Markierung senkrecht steht, d.h. $x=2.5$. Erneut zähle man die Kästchen, die dieser Punkt von der x-Achse entfernt ist, und dividiere durch 10.

C2 - Flächen approximieren

Lege das Raster aus dem ersten Quadranten so, dass es die betreffende Fläche überdeckt. Zähle die Kästchen, die von der Fläche bedeckt sind. Jedes Kästchen umfasst $1/16 \text{ cm}^2$. Die ermittelte Anzahl ist also durch 16 zu teilen, um die Fläche in cm^2 zu ermitteln. Tipp: Ist das Objekt zu gross?

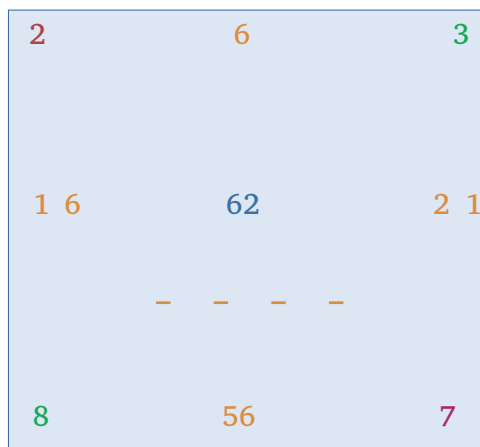
Wenn es eine Symmetrieachse hat, miss nur eine Hälfte aus. Andernfalls lässt es sich vielleicht mittels einer Linie in zwei passende Teile aufteilen.

C3 - Flächenintegrale approximieren

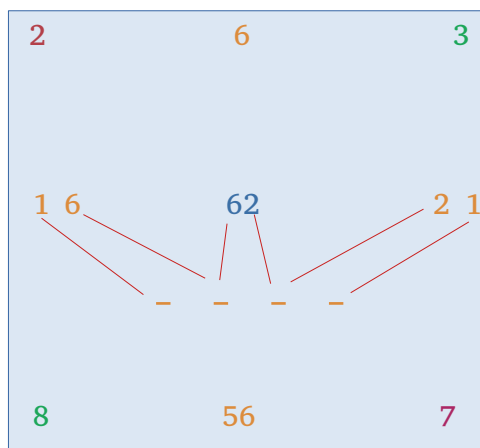
Lege das Raster aus dem ersten Quadranten (mit oder ohne Bande, die zwei Kästchen umfasst) mit seiner unteren Ecke in den Ursprung (oder an den Beginn des Intervalls) und wende C2 an.

C4 - Multiplikation zweier zweistelliger Zahlen

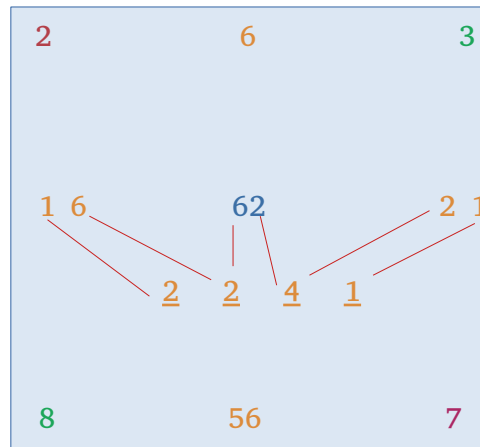
Diese Methode folgt der "japanischen Methode" und passt elegant in das Quadrat. Sie sieht etwa so aus:
 Multiplizieren wir einmal 27 mit 83. Wir tragen die Zahlen in die Diagonalen ein und multiplizieren dann die **Nachbarn** miteinander:



Die beiden mittleren Ergebnisse (56 und 6) werden addiert und das **Ergebnis** in der Mitte platziert. Nun können wir die Zahlen in folgenden Gruppen **zusammennehmen**.



Dabei müssen wir, wenn die Zahlen zusammenkommen, an den Übertrag in die nächste Stelle denken. So kommen 6 und 6 zu 12 zusammen, wovon wir die 2 behalten und die 1 nach links schieben, sodass diese mit der 1 von ganz links 2 ergibt. Das Ergebnis ist dann 2241.



C5 - Winkel im Felde messen.

Ist man einmal mit der Aufgabe konfrontiert, im Freien Winkel auszumessen, so hat man zwei Möglichkeiten. Sticht man einen Stift durch den Schwerpunkt und richtet den GF parallel zur Erdoberfläche ein, so kann man ihn wie einen kleinen Messtisch verwenden. Man bringt das Auge nahe der östlichen HA und visiert mit der westlichen HA ein Objekt an. Mit den grünen Richtlinien liest man den Winkel ab, den man anschliessend noch halbieren muss. empfiehlt es sich, die beiden Löcher in der Mitte, d.h. den Schwerpunkt und das ihm nächste Loch als Schlaufe für einen Faden zu verwenden, den man durch die Löcher führt und dann zuknotet. So kann man mit einer der Hauptachsen den Horizont anvisieren und mit dem Faden den entsprechenden Winkel anvisieren. Der GF fungiert dann wie ein kleiner Theodolit.